

LISTA 8. ELEMENTOS DE TOPOLOGIA NA RETA REAL

Exercício 1. Prove que se $D \subset \mathbb{R}$ é aberto e $a \in D$ então $D \setminus \{a\}$ é aberto.

Exercício 2. Prove que o interior de um conjunto é um conjunto aberto.

Prove que o fecho de um conjunto é um conjunto fechado, isto é, \bar{X} é sempre fechado.

Exercício 3. Prove que se $X \subset F$ e F é fechado, então $\bar{X} \subset F$.

Exercício 4. Sejam $X, Y \subset \mathbb{R}$ dois conjuntos. Prove que

$$(X \cup Y)' = X' \cup Y'.$$

Exercício 5. Sejam K um compacto e D um aberto tais que $K \subset D$.

Prove que existe $\varepsilon > 0$ tal que se $x \in K$ e $|y - x| < \varepsilon$ então $y \in D$ também.

Exercício 6. Sejam K e L dois conjuntos compactos. Prove que existe $\epsilon > 0$ tal que

$$|x - y| \geq \epsilon \quad \forall x \in K \text{ e } \forall y \in L.$$