MAT2502 - ANÁLISE COMPLEXA
Informações do curso-versão revisada

■ Objetivo do curso

A disciplina tem por objetivo o estudo rigoroso de tópicos básicos de análise complexa (tais quais funções holomorfas, a teoria de Cauchy e suas consequências, funções harmônicas, o teorema dos resíduos, funções meromorfas, aplicações conformes e o teorema da aplicação de Riemann) bem como alguns tópicos adicionais avançados (tais quais os teoremas de Montel e Picard, o princípio de Phragmén-Lindelöf, o teorema dos três círculos de Hadamard, funções univalentes).

O curso também oferece uma base sólida para o estudo de temas de pesquisa em análise harmônica ou algumas áreas de sistemas dinâmicos, dentre outros.

■ Pré-requisitos

Análise no espaço euclidiano, análise complexa (elementar), álgebra linear.

■ Professor

- Nome: Silvius Klein
- Sala: L749
- Email: silviusk [arroba] impa [ponto] br

■ Aulas

- Hora: segundas e quartas das 15 às 17
- Local: L856

■ Página do curso

http://www.mat.puc-rio.br/~silvius/teaching/mat2502_2019.2/main.html

■ Horário de atendimento

- Hora: segundas e quartas das 17h00 às 17h30
- Local: L749 ou sala de aula

■ Bibliografia

- [Gamelin] Theodore W. Gamelin, *Complex Analysis,* Springer, Undergraduate Texts in Mathematics.
- [Stein] Elias M. Stein & Rami Shakarchi, *Complex Analysis,* Princeton Lectures in Analysis, vol II, Princeton University Press.

■ Outros livros importantes de análise complexa

- Lars Ahlfors, C*omplex analysis: an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable,* McGraw-Hill.
- John B. Conway, *Functions of one complex variable*, Springer.
- Walter Rudin, *Real and complex analysis*, McGraw-Hill.
- E. C. Titchmarsh, *The theory of functions,* Oxford University Press.
- Robert E. Greene & Steven G. Krantz, *Function Theory of One Complex Variable*, American Mathematical Society.
- Wilhelm Schlag, *A Course in Complex Analysis and Riemann Surfaces,* American Mathematical Society.
- Barry Simon, *Basic Complex Analysis*, American Mathematical Society.

■ Avaliação

- Listas de exercícios para entregar durante o semestre.
- Dois exames escritos (um no meio do semestre e o outro no final).
  Datas: 17 de outubro e 9 de dezembro.
- Cálculo da nota final: 30% listas de exercícios, 35% cada exame.

■ Ementa do curso (tópicos fundamentais)

1. Funções holomorfas. Equações de Cauchy-Riemann.
2. Algumas funções complexas elementares.
3. Séries de funções. Séries de potências. Funções analíticas.
4. Integrais de linha complexas. Índice de uma curva.
5. O teorema local de Cauchy (para domínios estrelados), a fórmula integral de Cauchy para domínios estrelados.

6. Consequências fundamentais da teoria de Cauchy: holomorfia implica analiticidade, as desigualdades de Cauchy, o teorema de Liouville, o teorema fundamental da Álgebra, o teorema de Morera-Pompeiu, o teorema de Weierstrass.
7. Zeros de uma função holomorfa. Continuação analítica. O princípio da simetria de Schwarz.
8. O princípio do módulo máximo. O teorema da função inversa e o teorema da função aberta. Ramos holomorfos do logaritmo complexo.
9. Classificação das singularidades isoladas. O teorema de Casorati-Weierstrass.
10. O teorema dos resíduos: definições e resultados gerais (séries de Laurent, teorema do tipo Cauchy e fórmula do tipo Cauchy para funções holomorfas em um anel; classificação das singularidades, o teorema dos resíduos).
11. O teorema dos resíduos: aplicações no cálculo de vários tipos de integrais.
12. Funções meromorfas. O princípio do argumento. O teorema de Rouché. Outros resultados relacionados.
13. O teorema de Cauchy (versão global homologica).
14. O lema de Schwarz, geometría hiperbólica.
15. Transformações conformes: definição, famílias normais, o teorema de Montel, o teorema da aplicação de Riemann.
16. Transformações conformes: exemplos e métodos.

■ Ementa do curso (possíveis tópicos adicionais)

1. Famílias compactas de funções holomorfas e meromorfas. Os teoremas de Montel e Picard.
2. O princípio (do módulo máximo) de Phragmén-Lindelöf.
3. Outras consequências do princípio do módulo máximo: o teorema de Vitali, o teorema de Montel, o teorema dos três círculos de Hadamard, o teorema de Borel-Carathéodory.
4. Funções harmônicas e subharmônicas.
5. Funções e polinômios univalentes. O teorema ¼ de Koebe, a desigualdade e a conjetura de Bieberbach, estimativa de área de Gronwall.
6. Funções meromorfas em **C** e o teorema de Mittag-Leffler.
7. Funções inteiras. Produtos infinitos. Produtos canônicos de Weierstrass.
8. Algumas funções especiais na teoria análitica dos números.