

# MAT2502 - ANÁLISE COMPLEXA

## Informações do curso

### ■ Objetivo do curso

A disciplina tem por objetivo o estudo rigoroso de tópicos básicos de análise complexa (tais quais funções holomorfas, a teoria de Cauchy e suas consequências, funções harmônicas, o teorema dos resíduos, funções meromorfas, aplicações conformes e o teorema da aplicação de Riemann) bem como alguns tópicos adicionais avançados (tais quais os teoremas de Montel e Picard, o princípio de Phragmén-Lindelöf, o teorema dos três círculos de Hadamard, funções univalentes).

O curso também oferece uma base sólida para o estudo de temas de pesquisa em análise harmônica ou algumas áreas de sistemas dinâmicos, dentre outros.

### ■ Pré-requisitos

Análise no espaço euclidiano, análise complexa (elementar), álgebra linear.

### ■ Professor

- Nome: Silvius Klein
- Sala: L749
- Email: silviusk [arroba] impa [ponto] br

### ■ Aulas

- Hora: segundas e quartas das 15 às 17
- Local: L856

### ■ Página do curso

[http://www.mat.puc-rio.br/~silvius/teaching/mat2502\\_2019.2/main.html](http://www.mat.puc-rio.br/~silvius/teaching/mat2502_2019.2/main.html)

## ■ Horário de atendimento

- Hora: segundas e quartas das 17h00 às 17h30
- Local: L749 ou sala de aula

## ■ Bibliografia

- [Gamelin] Theodore W. Gamelin, *Complex Analysis*, Springer, Undergraduate Texts in Mathematics.
- [Stein] Elias M. Stein & Rami Shakarchi, *Complex Analysis*, Princeton Lectures in Analysis, vol II, Princeton University Press.

## ■ Outros livros importantes de análise complexa

- Lars Ahlfors, *Complex analysis: an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable*, McGraw-Hill.
- John B. Conway, *Functions of one complex variable*, Springer.
- Walter Rudin, *Real and complex analysis*, McGraw-Hill.
- E. C. Titchmarsh, *The theory of functions*, Oxford University Press.
- Robert E. Greene & Steven G. Krantz, *Function Theory of One Complex Variable*, American Mathematical Society.
- Wilhelm Schlag, *A Course in Complex Analysis and Riemann Surfaces*, American Mathematical Society.
- Barry Simon, *Basic Complex Analysis*, American Mathematical Society.

## ■ Avaliação

- Listas de exercícios para entregar durante o semestre.
- Dois exames escritos (um no meio do semestre e o outro no final).  
Datas: 14 de outubro e 9 de dezembro.
- Cálculo da nota final: 30% listas de exercícios, 35% cada exame.

## ■ Ementa do curso

### Tópicos fundamentais

1. Funções holomorfas. Equações de Cauchy-Riemann.
2. Algumas funções complexas elementares.
3. Séries de funções. Séries de potências. Funções analíticas.
4. Integrais de linha complexas. Índice de uma curva.  
O teorema local de Cauchy (para domínios estrelas), a fórmula integral de Cauchy para domínios estrelas. O teorema de Morera-Pompeiu.
5. Consequências fundamentais do teorema de Cauchy: zeros de uma função holomorfa; as desigualdades de Cauchy; o teorema de Liouville; o teorema fundamental da álgebra; o princípio do módulo máximo.
6. O lema de Schwarz, o teorema da aplicação aberta, ramos do logaritmo complexo, geometria hiperbólica.
7. Funções harmônicas e o princípio da simetria de Riemann-Schwartz.
8. O teorema dos resíduos: definições e resultados gerais (classificação das singularidades, funções meromorfas, séries de Laurent, o teorema dos resíduos).
9. O teorema dos resíduos: aplicações no cálculo de vários tipos de integrais.
10. O princípio do argumento. O teorema de Rouché. Outros resultados relacionados.
11. O teorema de Cauchy (versão global homológica).
12. Transformações conformes: definição, famílias normais, o teorema de Montel, o teorema da aplicação de Riemann.
13. Transformações conformes: exemplos e métodos.

### Possíveis tópicos adicionais

1. Famílias compactas de funções holomorfas e meromorfas. Os teoremas de Montel e Picard.
2. O princípio (do módulo máximo) de Phragmén-Lindelöf.
3. Outras consequências do princípio do módulo máximo: o teorema de Vitali, o teorema de Montel, o teorema dos três círculos de Hadamard, o teorema de Borel-Carathéodory.
4. Funções e polinômios univalentes. O teorema  $\frac{1}{4}$  de Koebe, a desigualdade e a conjectura de Bieberbach, estimativa de área de Gronwall.
5. Funções meromorfas em  $\mathbf{C}$  e o teorema de Mittag-Leffler.
6. Funções inteiras. Produtos infinitos. Produtos canônicos de Weierstrass.
7. Algumas funções especiais na teoria analítica dos números.